«بسمه تعالی»

جای مهر

اداره آموزش و پرورش منطقه۴ تهران

نام و نام خانوادگی: دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات: **پایانی اول**

کلاس: امتحان: هندسه ۲ پایه: یازدهم رشته: ریاضی تاریخ امتحان:

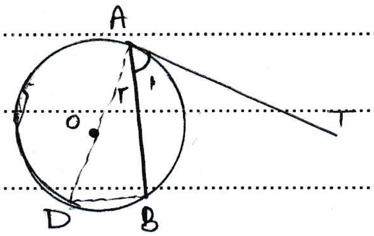
شماره صندلی: مدت زمان:

نام دبیر: تعداد صفحات:

پاسخنامه

۱) فرض: $C(O,R)$ ، $\hat{A}$ ظلی

حکم: $\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$



برهان: قطر AD را رسم می‌کنیم سپس از D به B وصل می‌کنیم

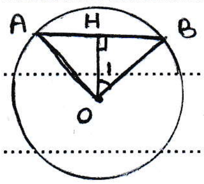
$\overset{\triangle}{ABD}: \hat{A}_2 + \hat{D} = 90^\circ$

$\hat{A}_2 + \hat{A}_1 = 90^\circ$

$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}$ & $\hat{D} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} \Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

۲) فرض: $C(O,R)$ ، $\overset{\frown}{AB} = 60$ ، $AB = 10$

حکم: $OH = ?$



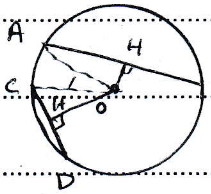
برهان: شعاع OA و OB و ارتفاع OH را رسم می‌کنیم

$OA = OB = R$ & $\overset{\frown}{AB} = \hat{O} = 60^\circ \Rightarrow \overset{\triangle}{OAB}$ متساوی‌الاضلاع $\Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 5\sqrt{3}$

۳) فرض: $C(O,R)$ ، $AB > CD$

حکم: $OH < OH'$

برهان: از O به A و C وصل می‌کنیم



$AB > CD \xrightarrow{\text{قطر عمود بر وتر}} HA > HC$ (1)

$\overset{\triangle}{OAH}: HA^2 + OH^2 = R^2$

$\overset{\triangle}{OCH'}: HC^2 + OH'^2 = R^2$

$\Rightarrow HA^2 + OH^2 = HC^2 + OH'^2 \xrightarrow{(1)} OH < OH'$

فرض: $C(O,R)$ ، $OH < OH'$

حکم: $AB > CD$

برهان: از O به A و C وصل می‌کنیم

$\overset{\triangle}{OAH}: AH^2 + OH^2 = R^2$

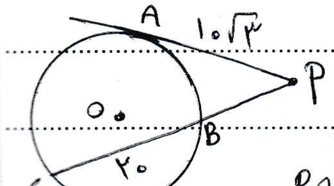
$\overset{\triangle}{OCH'}: CH'^2 + OH'^2 = R^2$

$\Rightarrow AH^2 + OH^2 = CH'^2 + OH'^2 \xrightarrow{OH<OH'} AH > CH' \xrightarrow{\times 2} AB > CD$

۴) نقطه M خارج $C(O,R)$ را در نظر می‌گیریم. از M به O وصل می‌کنیم سپس دایره‌ای به قطر MO را رسم می‌کنیم

تا دایره $C(O,R)$ را در T و T' قطع کند. MT و MT' بر دایره $C(O,R)$ مماس است زیرا $M\hat{T}O = M\hat{T'}O = 90^\circ$

۵) فرض: $C(O,R)$ ، PA مماس و PBC قاطع
حکم: $PC = ?$

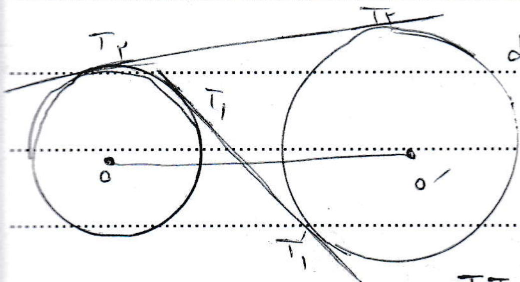


$PA^2 = PB \cdot PC \Rightarrow (10\sqrt{3})^2 = x(x+20) \Rightarrow 300 = x^2+20x$

$x^2+20x-300=0 \Rightarrow (x-10)(x+30)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=10 \checkmark \\ x=-30 \times \end{cases}$

$\Rightarrow PC = x+20 = 10+20 = 30$

۶) فرض: $C(O,R)$ ، $C(O',R')$ ، $T_2T_2' = 3\sqrt{7}$ و $T_1T_1' = \sqrt{15}$ ، $d=8$
حکم: $R=?\ \&\ R'=?$



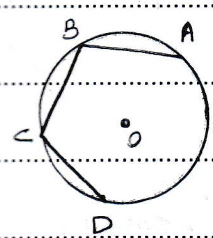
$T_2T_2'^2 = d^2-(R-R')^2 \Rightarrow 63 = 64-(R-R')^2$

$T_1T_1'^2 = d^2-(R+R')^2 \Rightarrow 15 = 64-(R+R')^2$

$\Rightarrow \begin{cases} R-R'=1 \\ R+R'=7 \end{cases} \Rightarrow R=4\ \&\ R'=3$

۷) فرض: $C(O,R)$ محیطی، چندضلعی محاطی
حکم: عمود منصف ها همرسند

برهان: از O به رئوس وصل می‌کنیم

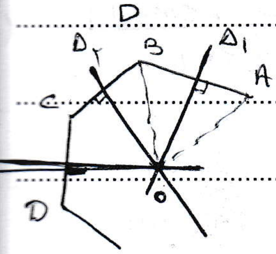


$OA = OB \xrightarrow{\text{نقطه همفاصله}}$ O روی عمود منصف AB

به همین ترتیب $\Rightarrow$ O روی عمود منصف اضلاع $\Rightarrow$ عمود منصف ها همرسند

فرض: $ABCD$ چندضلعی، عمود منصف ها همرسند
حکم: چندضلعی محاطی

برهان: از نقطه همرسی عمود منصف ها به رئوس وصل می‌کنیم

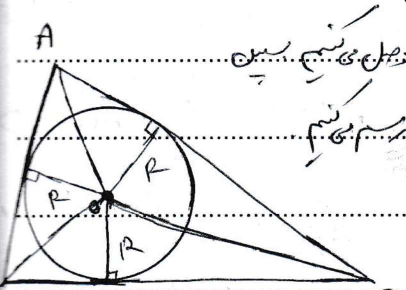


$O \in \Delta_1 \Rightarrow OA = OB$

به همین ترتیب $OA = OB = OC = \dots \Rightarrow$ O مرکز دایره محیطی است

$O \in \Delta_2 \Rightarrow OB = OC$

۸) فرض: $\overset{\Delta}{ABC}$ محیطی، $C(O,R)$ محاطی
حکم: $S = RP$



برهان: از O به رئوس وصل می‌کنیم سپس شعاع های وارد بر اضلاع را رسم می‌کنیم

$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = S_{\overset{\Delta}{AOB}} + S_{\overset{\Delta}{AOC}} + S_{\overset{\Delta}{BOC}} \Rightarrow S = \frac{R\,AB}{2} + \frac{R\,AC}{2} + \frac{R\,BC}{2}$

$\Rightarrow S = \frac{R}{2}\underbrace{(AB+AC+BC)}_{2P} \Rightarrow S = RP$

«بسمه تعالی»

اداره آموزش و پرورش منطقه۴تهران

جای مهر

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات: **پایانی اول**

نام و نام خانوادگی:

کلاس: امتحان: هندسه ۲ پایه: یازدهم رشته: ریاضی تاریخ امتحان:

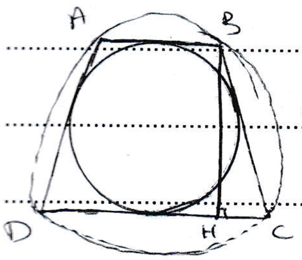
شماره صندلی: مدت زمان:

نام دبیر: تعداد صفحات:

پاسخنامه

۹) فرض: ABCD محاطی و محیطی

حکم: $S=\frac{a+b}{2}\sqrt{ab}$



ABCD محاطی ⟸⟹ ABCD متساوی الساقین ⟹ AD = BC

$CH=\frac{b-a}{2}$

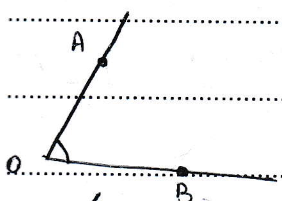
ABCD محیطی ⟹ $a+b=2x \Rightarrow x=\frac{a+b}{2}$

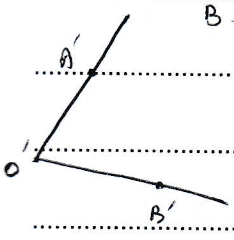
$\overset{\triangle}{BCH}: BC^2=BH^2+CH^2 \Rightarrow (\frac{a+b}{2})^2=(\frac{b-a}{2})^2+h^2 \Rightarrow h=\sqrt{ab}$

$S=(\frac{a+b}{2})h \Rightarrow S=(\frac{a+b}{2})\sqrt{ab}$

۱۰) فرض: T ایزومتری

حکم: $\hat{O}=\hat{O'}$

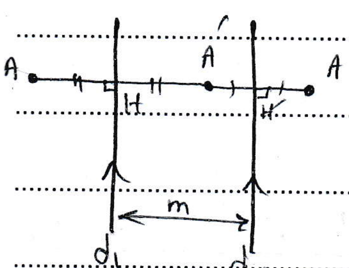




$\begin{cases} T(A)=A' \\ T(B)=B' \\ T(O)=O' \end{cases}$ ایزومتری ⟹ $\begin{cases} OA=O'A' \\ OB=O'B' \\ AB=A'B' \end{cases}$ ض ض ض ⟹ $\overset{\triangle}{AOB} \cong \overset{\triangle}{A'O'B'} \Rightarrow \hat{O}=\hat{O'}$

۱۱) ف: $S_{d_1}(A)=A'$ ، $S_{d_2}(A')=A''$ و $d_1 \parallel d_2$

ح: $S_1 \circ S_2 = T$



$S_{d_1}(A)=A' \Rightarrow AH=A'H$

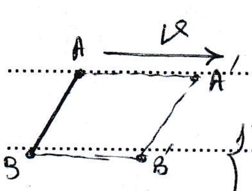
$S_{d_2}(A')=A'' \Rightarrow A'H'=A''H'$

$AA''=AH+HA'+A'H'+H'A'' \Rightarrow AA''=2(HH')=2m$

بردار انتقال عمود بر محورهای تقارن می‌باشد

فرض: T انتقال

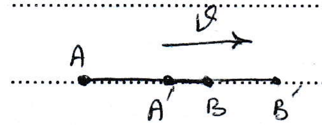
حکم: ایزومتری



① AB موازی $\vec{v}$ نباشد

$\begin{cases} T(A)=A' \\ T(B)=B' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AA'=BB' \\ AA' \parallel BB' \end{cases} \Rightarrow$ ABB'A' متوازی الاضلاع

$\Rightarrow AB=A'B'$

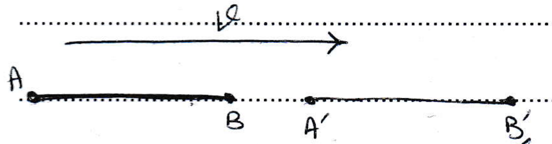


۲) AB موازی $\vec{u}$ و $|\vec{u}| < AB$

$$\begin{cases} T(A)=A' \\ T(B)=B' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AA' = BB' = |\vec{u}| \quad (1) \\ AA' \parallel BB' \parallel \vec{u} \end{cases}$$

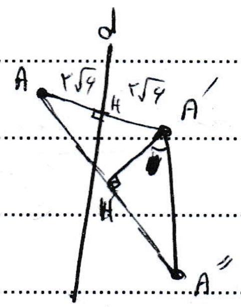
$$AB = AA' + A'B \xrightarrow{(1)} AB = A'B + BB' = A'B'$$

۳) AB موازی $\vec{u}$ و $|\vec{u}| > AB$



$$\begin{cases} T(A)=A' \\ T(B)=B' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AA' = BB' = |\vec{u}| \quad (1) \\ \vec{AA'} \parallel BB' \parallel \vec{u} \end{cases}$$

$$AB = AA' - BA' \xrightarrow{(1)} AB = BB' - BA' = A'B'$$



۱۳) فرض: $R_{A'}^{120}(A)=A''$ و $S_d(A)=A'$ و شکل

حکم: AA''

$$S_d(A)=A' \Rightarrow AH = A'H = 2\sqrt{6} \Rightarrow AA' = 4\sqrt{6}$$

$$R_{A'}^{120}(A)=A'' \Rightarrow AA' = A'A'' = 4\sqrt{6} \Rightarrow \overset{\triangle}{AA'A''}$$ متساوی‌الساقین

برهان: ارتفاع $A'H$ را رسم می‌کنیم

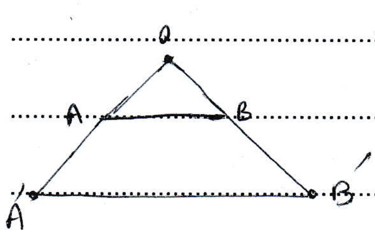
$$\hat{A}'_1 = 60 \Rightarrow HA'' = \frac{\sqrt{3}}{2} A'A'' = \frac{\sqrt{3}}{2}(4\sqrt{6})$$

$$\Rightarrow AA'' = 4\sqrt{18} = 12\sqrt{2}$$

۱۴) فرض: $D_O^k(B)=B'$ ، $D_O^k(A)=A'$

حکم: $AB \parallel A'B'$

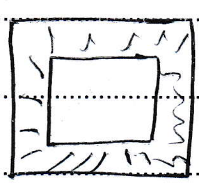
اگر O روی AB نباشد، حکم برقرار است



$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} AB \parallel A'B'$$

۱۵) فرض: $D_O^{\frac{2}{3}}(ABCD)=A'B'C'D'$ و شکل ، S

حکم: $P=?$



$$S_3 = S_2 - S_1 \Rightarrow 5 = a^2 - \left(\frac{2}{3}a\right)^2$$

$$\Rightarrow 5 = a^2 - \frac{4}{9}a^2 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow P = 4a = 12$$